Tugas Analisis

**Diajukan untuk memenuhi tugas mata kuliah**

**Teori Bilangan**



**Kelompok 3 (Tiga) : Hermanto Silalahi (0901125084)**

**Mautia Shaila (0901125128)**

**Novitasari (0901125152)**

**Okvi Yovita Sari (0901125254)**

**Risyhiani’aisyi (0901125197)**

**Siti Fauziyah (0901125211)**

**Sulastri (0901125222)**

**Tri Sugiyanti (0901125229)**

**Wijanur Tiasmita (0901125239)**

**Kelas : Matematika 3H**

**Dosen : Drs. Hartana**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PROF. DR. HAMKA

2011

**KATA PENGANTAR**

Puji dan syukur kami haturkan hanya kepada Allah SWT, karena berkat rahmat dan karunia-Nya kami dapat menyelesaikan makalah yang berjudul “Tugas Analisis” dengan sebaik-baiknya. Yang diajukan untuk memenuhi tugas mata kuliah Teori Bilangan.

Tidak lupa kami juga mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan makalah ini. Terutama kepada dosen mata kuliah Teori Bilangan, Bapak Drs. Hartana, yang telah memberikan kesempatan bagi kami sehingga menghasilkan makalah yang insya Allah dapat bermanfaat bagi pembacanya.

Kami menyadari bahwa dalam penyusunan makalah ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, dengan senang hati kami menerima kritik dan saran yang mendukung bagi penyempurnaan makalah ini.

Jakarta, Februari 2011

Penyusun

1. Keterbagian (Divisibility)

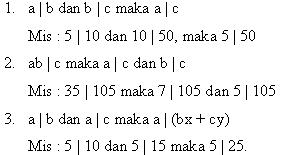
Divisibility itu artinya keterbagian, sudut pandang matematika yang mempelajari suatu bilangan yang habis oleh bilangan lain.

**Notasi Keterbagian**

Misalnya kita ingin mengatakan “10 habis dibagi 5”, kita bisa mengilmiahkannya dengan berkata “5 membagi 10”. Nah, lebih ilmiah lagi jika ditulis: 10 mod 5 = 0 atau [http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK4-A3aDhYI/AAAAAAAAAI4/xxJ-FS2Zq94/s400/5+memb+10.JPG](http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK4-A3aDhYI/AAAAAAAAAI4/xxJ-FS2Zq94/s1600-h/5+memb+10.JPG). Jika tidak habis dibagi, kita dapat mencoret miring lambangnya. Misalnya:[http://1.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SKBfkpxgXsI/AAAAAAAAAE8/MGeoC8XSPyE/s200/undivisble.JPG](http://1.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SKBfkpxgXsI/AAAAAAAAAE8/MGeoC8XSPyE/s1600-h/undivisble.JPG). (10 tidak habis dibagi 6).

**Sifat-Sifat Keterbagian**

***Berikut sifat-sifat keterbagian :***

[](http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5AQMBGsjI/AAAAAAAAAJQ/Mf7qz4sknyU/s1600-h/sifat+keterbagian.JPG)  
untuk sembarang bilangan bulat x dan y

***Penjelasan Sifat-Sifat Keterbagian diatas :***

1. Jika suatu bilangan b dibagi oleh bilangan a, dan bilangan c dibagi oleh bilangan b, maka bilangan c dapat dibagi bilangan a.
2. Jika suatu bilangan c dibagi oleh ab (ab merupakan perkalian dua buah bilangan), maka c dapat dibagi oleh bilangan a dan dapat dibagi oleh bilangan b.
3. Jika suatu bilangan b dan c dapat dibagi oleh bilangan a, maka ketika bilangan b dan c tersebut dikali dengan suatu bilangan bulat, akan dapat pula dibagi oleh bilangan a.

***Berikut adalah sifat-sifat keterbagian yang lainnya :***

1. Suatu bilangan habis dibagi 2^n apabila n digit terakhir dari bilangan tersebut habis dibagi 2^n

Contoh :

134576 habis dibagi 8 = 2^3, sebab 576 habis dibagi 8 (576 : 8 = 72)

4971328 habis dibagi 16 = 2^4 sebab 1328 habis dibagi 16

1. Suatu bilangan habis dibagi 5 apabila digit terakhir dari bilangan tersebut adalah 0 atau 5

Contoh : 67585 dan 457830 adalah bilangan-bilangan yang habis dibagi 5.

1. Suatu bilangan habis dibagi 3 apabila jumlah digit bilangan tersebut habis dibagi 3.  
   Contoh : 356535 habis dibagi 3 sebab 3 + 5 + 6 + 5 + 3 + 5 = 27 dan 27 habis dibagi 3.
2. Suatu bilangan habis dibagi 9 apabila jumlah digit bilangan tersebut habis dibagi 9.  
   Contoh : 23652 habis dibagi 9 sebab 2 + 3 + 6 + 5 + 2 = 18 dan 18 habis dibagi 9.
3. Suatu bilangan habis dibagi 11 apabila selisih antara jumlah digit dari bilangan tersebut pada posisi ganjil dengan jumlah digit dari bilangan tersebut pada posisi genap habis dibagi 11.

Contoh : 945351 habis dibagi 11 sebab (9 + 5 + 5) - (4 + 3 + 1) = 11 dan 11 habis dibagi 11.

Contoh bilangan lain yang habis dibagi 11 adalah 53713 dan 245784.

1. Jika suatu bilangan habis dibagi a dan juga habis dibagi b, maka bilangan tersebut akan habis dibagi ab dengan syarat a dan b relatif prima. Berlaku sebaliknya.

Contoh : 36 habis dibagi 4 dan 3, maka 36 akan habis dibagi 12.

1. Misalkan N jika dibagi p akan bersisa r.

Dalam bentuk persamaan N = pq + r dengan p menyatakan pembagi, q menyatakan hasil bagi dan r menyatakan sisa.

Persamaan di atas sering pula ditulis N=r (mod p)

1. Kuadrat suatu bilangan bulat bulat, habis dibagi 4 atau bersisa 1 jika dibagi 4.  
   maka suatu bilangan bulat yang bersisa 2 atau 3 jika dibagi 4, bukanlah bilangan kuadrat.
2. Angka satuan dari bilangan kuadrat adalah 0, 1, 4, 5, 6, 9.
3. Bilangan pangkat tiga (kubik) jika dibagi 7 akan bersisa 0, 1 atau 6.
4. Dua bilangan dikatakan prima relatif, jika faktor persekutuan terbesarnya (FPB) sama dengan 1.

Contoh : 26 dan 47 adalah prima relatif sebab FPB 26 dan 47 ditulis FPB(26,47) = 1

***Berikut adalah sifat-sifat keterbagian suatu bilangan :***

1. **Bilangan kelipatan 2**

Jika bilangan tersebut merupakan bilangan genap (satuan 0, 2, 4, 6, atau 8)

Contoh:

3.560,  467.792,  687.904,  7.586.436,  8.765.368

1. **Bilangan kelipatan 3**

Jika jumlah angka-angka pembentuk bilangan tersebut merupakan bilangan kelipatan 3.

Contoh :

564.741 ------- jumlah angka-angkanya **5** + **6** + **4**+ **7** +**4** + **1** = 27 ---- 2 + 7 = 9

9 merupakan bilangan kelipatan 3, jadi 564.741 juga merupakan bilangan kelipatan 3.

1. **Bilangan kelipatan 4**

Jika nilai 2 angka terakhir dari bilangan tersebut merupakan bilangan kelipatan 4

Contoh:

53.6**32** --------- 32 merupakan bilangan kelipatan 4, jadi 53.632 juga merupakan bilangan kelipatan 4.

1. **Bilangan kelipatan 5**

Jika bilangan tersebut bersatuan 0 atau 5

Contoh:

5.095,  53.890

1. **Bilangan kelipatan 6**

Jika bilangan tersebut merupakan bilangan genap, dan jumlah angka-angkanya pembentuk bilangan tersebut merupakan bilangan kelipatan 3

Contoh:

24.576 ---------- bersatuan 6, berarti merupakan bilangan genap

Jumlah angka-angkanya 2 + 4 + 5 + 7 + 6 = 24 ----- 2 + 4 = 6 ( 6 kelipatan3)

Karena memenuhi kedua syarat tersebut, maka 24.576 merupakan bilangan kelipatan 6.

1. **Bilangan kelipatan 7**

Sampai saat ini belum diketemukan formulanya

1. **Bilangan kelipatan 8**

Jika nilai 3 angka terakhir dari bilangan tersebut merupakan bilangan kelipatan 8

Contoh:

5.768.**144** ----- 144 merupakan bilangan kelipatan 8, jadi 5.768.144 juga merupakan bilangan kelipatan 8

1. **Bilangan kelipatan 9**

Jika jumlah angka-angka pembentuk bilangan tersebut merupakan bilangan kelipatan 9

Contoh:

43.785 --------- jumlah angka-angkanya  4 + 3 + 7 + 8 + 5 = 27 ---- 2 + 7 = 9

9 merupakan bilangan kelipatan 9, jadi 43.785 juga merupakan bilangan kelipatan 9

1. **Bilangan kelipatan 10**

Jika nilai satuanya adalah 0

Contoh :

5.640,   67.000,  435.790

**Keterbagian oleh 2, 3, 4, 5, dsb**

Nah, misalnya ada suatu soal: Apakah 17.876 bisa dibagi 2? Ya, jelas bisa, karena bilangan terakhirnya genap. Seperti yang sudah dijelaskan dalam sifat keterbagian bilangan kelipatan 2.

Seandainya, soalnya begini: Apakah 19875 bisa dibagi 35? Apakah 181181 bisa dibagi 11? Wah, jangan bingung. Gampang koq. Berikut ketentuannya.

[http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK4_gw_IU7I/AAAAAAAAAJI/A5IV_pv1eL0/s400/2+memb+n.JPG](http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK4_gw_IU7I/AAAAAAAAAJI/A5IV_pv1eL0/s1600-h/2+memb+n.JPG)jika digit terakhir dari n genap. Mis: [http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5A6LX7esI/AAAAAAAAAJY/HaYTYcYE7yo/s400/2+memb+cont.JPG](http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5A6LX7esI/AAAAAAAAAJY/HaYTYcYE7yo/s1600-h/2+memb+cont.JPG).

[http://2.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5BjeAUBKI/AAAAAAAAAJg/zlt03BQ16B0/s400/3+membg+n.JPG](http://2.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5BjeAUBKI/AAAAAAAAAJg/zlt03BQ16B0/s1600-h/3+membg+n.JPG)jika jumlah angka-angkanya habis dibagi 3. Mis: http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?3%7C1236, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?3%7C%281+2+3+6%29.

[http://1.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5B8Me4K-I/AAAAAAAAAJo/zyGTNz0GUcU/s400/4+membg+n.JPG](http://1.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5B8Me4K-I/AAAAAAAAAJo/zyGTNz0GUcU/s1600-h/4+membg+n.JPG)jika 2 digit terakhir dari n bisa dibagi 4. Mis: http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?4%7C12396, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?4%7C96.

[http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5CiNBevnI/AAAAAAAAAJw/lMJZlW7Tr8k/s400/5+membg+n.JPG](http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5CiNBevnI/AAAAAAAAAJw/lMJZlW7Tr8k/s1600-h/5+membg+n.JPG)jika digit terakhir dari n adalah 5 atau 0.

[http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5C8_ufcBI/AAAAAAAAAJ4/6Dohk3xIGPw/s400/6+membg+n.JPG](http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5C8_ufcBI/AAAAAAAAAJ4/6Dohk3xIGPw/s1600-h/6+membg+n.JPG)jika [http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK4_gw_IU7I/AAAAAAAAAJI/A5IV_pv1eL0/s400/2+memb+n.JPG](http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK4_gw_IU7I/AAAAAAAAAJI/A5IV_pv1eL0/s1600-h/2+memb+n.JPG)dan [http://2.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5BjeAUBKI/AAAAAAAAAJg/zlt03BQ16B0/s400/3+membg+n.JPG](http://2.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5BjeAUBKI/AAAAAAAAAJg/zlt03BQ16B0/s1600-h/3+membg+n.JPG). Mis: http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?6%7C16674, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?2%7C16674http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?danhttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?3%7C16674.

[http://2.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5FvZu4jtI/AAAAAAAAAKA/sip5Oaxo6RQ/s400/8+membg+n.JPG](http://2.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5FvZu4jtI/AAAAAAAAAKA/sip5Oaxo6RQ/s1600-h/8+membg+n.JPG)jika 3 digit terakhir dari n bisa dibagi 8. Mis: http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?8%7C453176, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?8%7C176.

[http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5GGHyCX_I/AAAAAAAAAKI/NSUkwc1x9qk/s400/9+membg+n.JPG](http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5GGHyCX_I/AAAAAAAAAKI/NSUkwc1x9qk/s1600-h/9+membg+n.JPG)jika jumlah angka-angkanya habis dibagi 9. Mis: http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?9%7C1818, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?9%7C%281+8+1+8%29

[http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5GcP-XntI/AAAAAAAAAKQ/uu2_jY5fVVs/s400/11+membg+n.JPG](http://4.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5GcP-XntI/AAAAAAAAAKQ/uu2_jY5fVVs/s1600-h/11+membg+n.JPG)jika jumlah silang tanda-ganti angka-angkanya habis dibagi 11. Mis: http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C18942, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C%281-8+9-4+2%29http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?atauhttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C7161, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C%287-1+6-1%29.

**Contoh Soal 1:**

Apakah 12345654321 habis dibagi 99?

Penyelesaian: cukup dicari apakah 12345654321 habis dibagi 9 dan apakah 12345654321 habis dibagi 11.

Jumlah angka = 1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 36, berarti [http://1.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5HiZ1z1II/AAAAAAAAAKY/wimULtKe7PQ/s400/9+membg+xx.JPG](http://1.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5HiZ1z1II/AAAAAAAAAKY/wimULtKe7PQ/s1600-h/9+membg+xx.JPG), karena [http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5H96rrJgI/AAAAAAAAAKg/PhxXHRWaqQQ/s400/9+membg+36.JPG](http://3.bp.blogspot.com/_2NtcJubvofY/SK5H96rrJgI/AAAAAAAAAKg/PhxXHRWaqQQ/s1600-h/9+membg+36.JPG).

Jumlah silang tanda ganti = 1-2+3-4+5-6+5-4+3-2+1 = 0, berarti http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C12345654321http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C0.

Jadi,http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?99%7C12345654321, http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?karenahttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?9%7C12345654321http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?danhttp://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?11%7C12345654321.

**Contoh Soal 2:**

Bilangan berangka enam berikut a1989b habis dibagi 72. Tentukan a dan b!  
Penyelesaian

72 = 8 x 9. Karena itu http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?8%7Ca1989b=> http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?8%7C89b=> b =6

Juga http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?9%7Ca1989b=> http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?9%7Ca+1+9+8+9+b=> http://www.forkosh.dreamhost.com/mimetex.cgi?9%7Ca%20+%2033=> a = 3

**Keterbagian oleh 7, 11, 13, dsb**

KETERBAGIAN OLEH 7

Misalkan untuk mempermudah penulisan:  
a = (an**an-1**an-2**an-3**an-4...a1**a0**). Contohnya: 123, maka an=1, an-1 = 2, dan a0=3  
L = anan-1an-2...a1. Contohnya: 123, maka L=12.  
A = L-2a0. Contohnya: 123, maka A=12-6=6.

Teorema ini mencakup istilah 'jika dan hanya jika' sehingga buktinya harus mencakup dua bagian. Pertama harus dibuktikan bahwa jika 7x a maka juga 7x A. Setelah itu harus dibuktikan bahwa jika 7x A maka juga 7x a. Bukti bagian pertama disebut pembuktian ke'**perlu**'an sedangkan pembuktian bagian kedua disebut pembuktian ke'**cukup**'an.

**Bukti bagian Keperluan:**  
Artinya harus dibuktikan apabila a mod 7 = 0, maka A mod 7 = 0 juga.  
Seperti konsep di atas. Nyatakan bahwa: a = 10L+a0 dan A= L-2a0.  
Anggap bahwa  
a mod 7 = 0  
(10 L+a0) mod 7 = 0.  
(20L+2a0) mod 7 =0. (Jika dikali 2, maka modulo tetap berlaku)  
  
Ingat bahwa (21L) mod 7 = 0, maka:  
(21L+2a0-2a0) mod 7 =0  
(20L+2a0+L-2a0) mod 7 =0  
(20L+2a0)mod 7 + (L-2a0) mod 7 =0  
(L-2a0)mod 7 =0. ----Terbukti  
  
**Bukti bagian Kecukupan:**  
Artinya harus dibuktikan apabila A mod 7 = 0, maka a mod 7 =0 juga.  
Seperti konsep di atas. Nyatakan bahwa: a = 10L+a0 dan A=L-2a0.  
Anggap bahwa:  
A mod 7 = 0  
(L -2a0) mod 7 =0  
(10L-20a0)mod 7 = 0 (Jika dikali 10, maka modulo tetap berlaku)  
  
Ingat bahwa (-21ao)mod 7 =0  
(-20a0-a0) mod 7 =0  
(10L-10L-20a0-a0 )mod 7 =0  
(10L-2a0-10L-a0) mod 7 =0  
(10L-2a0)mod7-(10L+a0) mod7=0  
-(10L+a0) mod7=0  
(10L+a0) mod7=0. ----Terbukti

KETERBAGIAN OLEH 1

Lihat kembali bagian [divisibility (keterbagian)](http://hendrydext.blogspot.com/2008/08/keterbagian-divisibility.html) untuk contohnya.  
Untuk ciri habis dibagi 11, perhatikanlah bahwa 10 = 11-1 sehingga:  
  
a = an x 10n + an-1 x 10n-1 + an-2 x 10n-2 +... + a1 x 101 + a0 x 100 dapat diubah penulisannya menjadi:  
a = an x (11-1)n + an-1 x (11-1)n-1 + an-2 x (11-1)n-2 +... + a1 x (11-1)1 + a0  
  
Kemudian ingatlah penguraian binom Newton:

(a+b)n=[an+C ^n_1.an-1b1+C ^n_2.an-2 b2+...+C ^n_{n-1}.a1bn-1]+ bn yang dapat dipilah menjadi dua bagian. Bagian pertama yang pada persamaan di atas telah dikumpulkan di antara kurung-siku adalah kelipatan a sehingga habis dibagi a. Pada bagian ini, bagian yang tidak dapat dibagi a adalah bn. Jadi,dapat ditulis sebagai berikut:  
(a+b)n mod a = bn. Lihat juga bahasan mengenai [Modulo"](http://hendrydext.blogspot.com/2008/08/modulo.html).

Yang perlu dibuktikan adalah jika a merupakan kelipatan 11, maka hasil jumlah tanda ganti digit-digitnya juga merupakan kelipatan 11.  
  
Maka, anggap:  
a mod 11 = 0.  
{an x (11-1)n + an-1 x (11-1)n-1 + an-2 x (11-1)n-2 +... + a1 x (11-1)1 + a0} mod 11 =0  
\_\_\_\_Ingat bahwa (a+b)n mod a = bn maka (11-1)n mod 11 = (-1)n, maka:  
{an(-1)n+ an-1(-1)n-1+...+ an-2(-1)n-2+...+a2(-1)2+a1(-1)1+ a0} mod 11=0--Terbukti--

(Perhatikan bahwa (-1)n akan mengakibatkan setiap unsur ganjil dan genap akan bebeda tanda.)

Kesimpulan: Jika a merupakan kelipatan 11, maka hasil jumlah tanda ganti digit-digit dari a juga merupakan kelipatan 11.